МЕТОД ВЫСОКОТОЧНОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ИНФОРМАЦИИ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ

*Бетанов В.В., Вовасов В.Е., Воропаева А.В.**

Ключевые слова: *глобальная навигационная спутниковая система, координатно-временное и навигационное обеспечение, метод абсолютного точного определения местоположения, метод Integer PPP, метод Float PPP, модель сигналов, динамическая фильтрация, потребители.*

Аннотация.

Цель работы: *совершенствование научно-методической базы теории высокоточного позиционирования потребителей, использующей максимальное количество информации в реально сложившихся условиях.*

Методы: *системный анализ и формально-логическая разработка метода высокоточного определения координат и времени на основе динамической фильтрации.*

Результаты: *разработан метод высокоточного позиционирования, аналогичный методу Float PPP, позволяющий использовать относительные фазовые измерения пользовательского приемника и ближайших дифференциальных станций, причем получаемые от станций поправки имеют глобальный характер, т.е. относительный метод ни в чем не уступает абсолютному; в качестве способа динамической фильтрации используется фильтр калмановского типа; разработан алгоритм как сетевого, так и пользовательского решения для ГЛОНАСС; приведена оценка точности координат объекта по реальным измерениям.*

DOI: 10.21681/1994-1404-2020-3-53-64

Введение

По своей природе псевдофазовые измерения являются оценками псевдодальностей, осуществляемыми непосредственно по фазе несущих колебаний спутниковых сигналов. Особенностью этих измерений является их *высокая точность*, характеризуемая ошибками порядка 1 *см* и менее, и *целочисленная неоднозначность*, заключающаяся в том, что эти измерения содержат в своем составе неопределенное целое число N^j длин волн несущего колебания того сигнала, на основе которого они формируются [4].

Измерения псевдофаз φ^j привязываются к показаниям часов навигационного приемника $T_{REC}(t_M)$ на моменты проведения измерений t_M.

При умножении псевдофазовых измерений на длину волны несущей получаем величину, эквивалентную псевдодальности, в отличие от псевдодальности по коду D_i эта псевдодальность называется «псевдодальность по фазе несущей» и обозначается G_i [4].

Навигационное решение – это определение координат x, y, z антенны навигационного приемника и иногда ухода шкалы времени ΔT_{REC}; такое решение обычно называют *решением пользовательской задачи*.

Кроме числа N^j волновых циклов, для решения пользовательской задачи требуется точное знание всех остальных параметров, приведенных в моделях[1]. Некоторые параметры могут определяться с помощью одной или нескольких стационарных станций с известными координатами и решением, так называемых сетевых задач. Некоторые параметры могут быть включены в состав неизвестных оцениваемых

[1] Программно-математическое обеспечение АСУ космическими аппаратами / О. А. Алексеев, В. В. Бетанов, Б. И. Глазов, А. В. Лобан, Д. А. Ловцов; Под общ. ред. Д. А. Ловцова. – М.: ВА им. Петра Великого, 1995. – 412 с.

* ***Бетанов Владимир Вадимович,*** *доктор технических наук, профессор, член-корреспондент Российской академии ракетных и артиллерийских наук, заместитель начальника центра АО «Российские космические системы», Российская Федерация, г. Москва.*

E-mail: vlavab@mail.ru

Вовасов Валерий Егорович, *кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник АО «Российские космические системы», Российская Федерация, г. Москва.*

E-mail: vovasov@list.ru

Воропаева Александра Валерьевна, *инженер-исследователь АО «Российские космические системы», Российская Федерация, г. Москва.*

E-mail: voropaevvv@list.ru

параметров, но их количество, с учетом основных четырех неизвестных, в сумме не должно превышать количества наблюдаемых навигационных спутников. Очевидно, что для решения пользовательской задачи некоторые неизвестные параметры суммируются с неизвестным числом циклов N^j. Таким образом, возникают нецелочисленные значения неизвестных параметров.

В настоящее время применение псевдофазовых измерений в основном ограничивается их использованием для относительного позиционирования (определения местоположения), т.е. определения координат одного привязываемого навигационного приемника потребителя относительно другого – *базового*. Для исключения неопределенных нецелочисленных смещений из измерений псевдофазы двух разнесенных в пространстве навигационных приемников образуются так называемые *первые* и затем – *вторые* разности.

Первые разности образуются из измерений псевдофазы двух разнесенных в пространстве навигационных приемников, полученных по одному и тому же спутнику. При этом неопределенные *нецелочисленные смещения, соответствующие этому спутнику*, в первых разностях компенсируются. Вторые разности образуются путем вычитания одной первой разности, соответствующей некоторому (опорному) спутнику, из первых разностей всех остальных отслеживаемых спутников. Во вторых разностях происходит компенсация *неопределенных нецелочисленных смещений*, связанных с навигационными приемниками. При этом исходные целочисленные смещения во вторых разностях преобразуются в целочисленные вторые разности. В процессе последующей обработки вторых разностей псевдофаз, неоднозначности вторых разностей исходных целочисленных неопределенностей псевдофазовых измерений разрешаются и в результате определяются координаты привязываемого навигационного приемника относительно базового. Точности такого относительного позиционирования характеризуются ошибками порядка 1 *см* и менее при удалении приемников на расстояние ~10 – 12 *км* при одночастотных измерениях и до ~80 *км* – при двухчастотных измерениях.

Основным *недостатком* метода относительного позиционирования является необходимость использования в обработке измерений двух навигационных приемников при необходимости определения высокоточных абсолютных координат только одного приемника. Существенным ограничением метода относительного позиционирования является также *ограниченность удаления* привязываемого приемника относительно базового.

В связи с этим в последнее время широкое распространение получил так называемый неразностный метод абсолютного точного определения местоположения – *PPP* (*Precise Point Positioning* – позиционирование высокой точности) [17].

Анализ метода *PPP*

По степени используемой информации метод *PPP* может иметь два варианта:

PPP-AR (*Integer PPP*) **–** метод высокоточного абсолютного определения местоположения (высокоточных координат – сантиметровой точности) с разрешением *целочисленной* (*Integer*) неоднозначности псевдофазовых измерений,

PPP (*Float PPP*) – стандартный метод высокоточного абсолютного определения местоположения без разрешения (*Float*) целочисленной неоднозначности псевдофазовых измерений.

Для реализации метода *Float PPP* достаточно применения спутниковой корректирующей информации от *глобальных навигационных спутниковых систем* (ГНСС), содержащей поправки к эфемеридам орбит и времени бортовых часов всех видимых навигационных спутников. Для реализации метода *Integer PPP* к вышеуказанным поправкам необходимо добавить поправки, устраняющие нецелочисленные смещения. Все указанные поправки формируются сервисами высокоточных спутниковых определений.

На основе метода *PPP* в мире создано множество научных и коммерческих сервисов, таких как *MADOCA*, *Magic GNSS*, *CNES PPP-Wizard Project*, *VERIPOS Apex*, *NavCom Star Fire*, *Trimble RTX*, реализованные зарубежными компаниями *FUGRO*, *NavCom*, *Trimble*, *TerraStar*, *Leica*, *NovAtel* и космическими агенствами *JAXA* (Япония) [17].

Методы *PPP* позволяют определять пространственные координаты объектов с точностью от нескольких дециметров до нескольких сантиметров. Эфемеридно-временная информация (ЭВИ) вычисляется по результатам спутниковых наблюдений, выполняемых наземными постоянно действующими станциями приема сигналов ГНСС с точно известными координатами, в том числе и по фазе несущих.

Время получения решения обусловлено временем его сходимости в процессе приема и обработки поступающей ЭВИ для *Float PPP* и характеризуется десятками минут, а для *Integer PPP* – около 10 *мин*.

В последнее десятилетие в мире активно обсуждается и изучается проблема абсолютных высокоточных координатных определений в ГНСС, первоначально в режиме апостериорной обработки, а в последнее время – и в реальном времени. Решение задачи основано на обработке "*ionosphere-free*" комбинаций дальномерных и фазовых измерений с использованием точной ЭВИ.

В случае работы в реальном времени возникает необходимость доставки в приемник ГНСС точной эфемеридно-временной информации и других данных [5]. Сейчас в реальном времени и даже с некоторым опережением уже доступны параметры ЭВИ типа *ultra-rapid* («сверхбыстрые»), формируемые международными службами *IGS* (*International GPS Service*) и некоторыми другими, причем их точность, особенно по координатной составляющей, вышла на сантиметровый уровень и постоянно возрас-

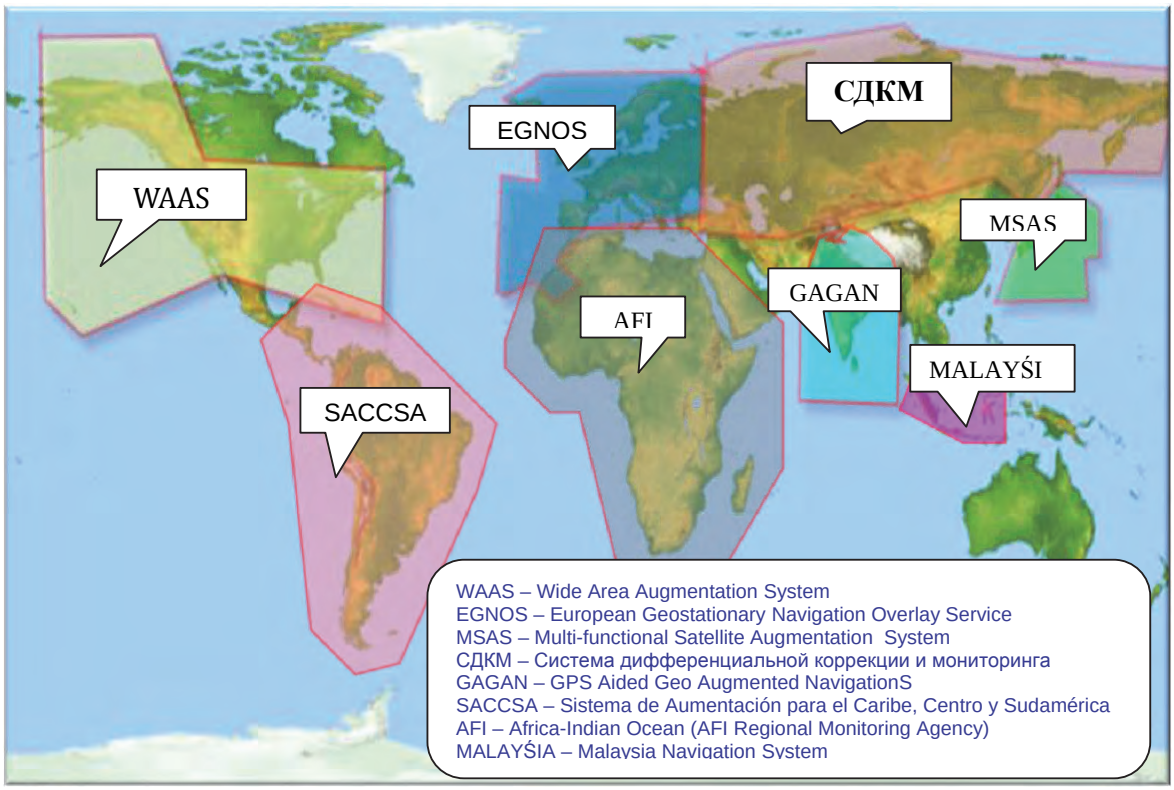

Рис. 1. Функциональные дополнения ГНСС

тает. Однако точность часов спутников в реальном времени еще далека от требуемой для обеспечения режима *PPP* в реальном масштабе времени.

Таким образом, основную *проблему* на сегодняшний день представляет оперативное формирование временных поправок к шкалам навигационных спутников с необходимой точностью. Кроме этого, все известные алгоритмы разрешения фазовой неоднозначности весьма затратны, что требует рассмотрения иного подхода к этой проблеме, а именно использования *динамической фильтрации*.

Увеличение точности отсчетов часов спутников возможно двумя способами. *Первый* – уменьшение времени между закладками (сейчас 30 *мин*.). *Второй* – установка на борт навигационных спутников высокостабильных задающих генераторов. Как первый, так и второй способы требуют изменения бортовой аппаратуры спутников и могут быть внедрены в течение 10–15 лет, так как требуют замены существующей спутниковой группировки. Что же касается настоящего времени, то для получения высокоточных координат в реальном масштабе времени следует модифицировать методы относительного позиционирования с устранением их основного недостатка – ограниченной дальности действия. Авторами предложен способ *относительного* высокоточного позиционирования (определения местоположения), использующий систему высокоточной дифференциальной коррекции, включающую децентрализованную сеть референцных станций и совокупность пользовательских приёмников спутниковых радионавигационных систем подвижных объектов [6–9].

Предлагаемый способ может использовать готовую инфраструктуру – сеть опорных станций *системы дифференциальной коррекции и мониторинга* (СДКМ), оборудованных двухчастотными (обозначаются $L1$ и $L2$) приемниками *спутниковых радионавигационных систем* (СРНС), и обеспечивает за несколько тысяч километров от ближайшей станции высокую точность поправок в районе сантиметров, позволяющую пользователю использовать методы *PPP*-технологии в реальном масштабе времени, т.е. достигать субсантиметровых точностей.

Системы функциональных дополнений ГНСС, существующие и создаваемые в мире, приведены на рис. 1, а комплекс доставки информации потребителям СДКМ (её зона обслуживания сейчас обеспечивается тремя навигационными спутниками «Луч-М») – на рис. 2 [18].

Преимущества способа высокоточной дифференциальной коррекции, используемой в навигационном решении при определении координат пользователей двухчастотными навигационными приемниками СРНС, заключаются в следующем:

1. Повышенная устойчивость работы широкозонной дифференциальной системы (ШДС) в условиях геомагнитных возмущений, поскольку используется только ионосферосвободное значение псевдодальностей.

2. Возможность использования высокоточной дифференциальной коррекции на большой территории – около нескольких тысяч километров от ближайшей

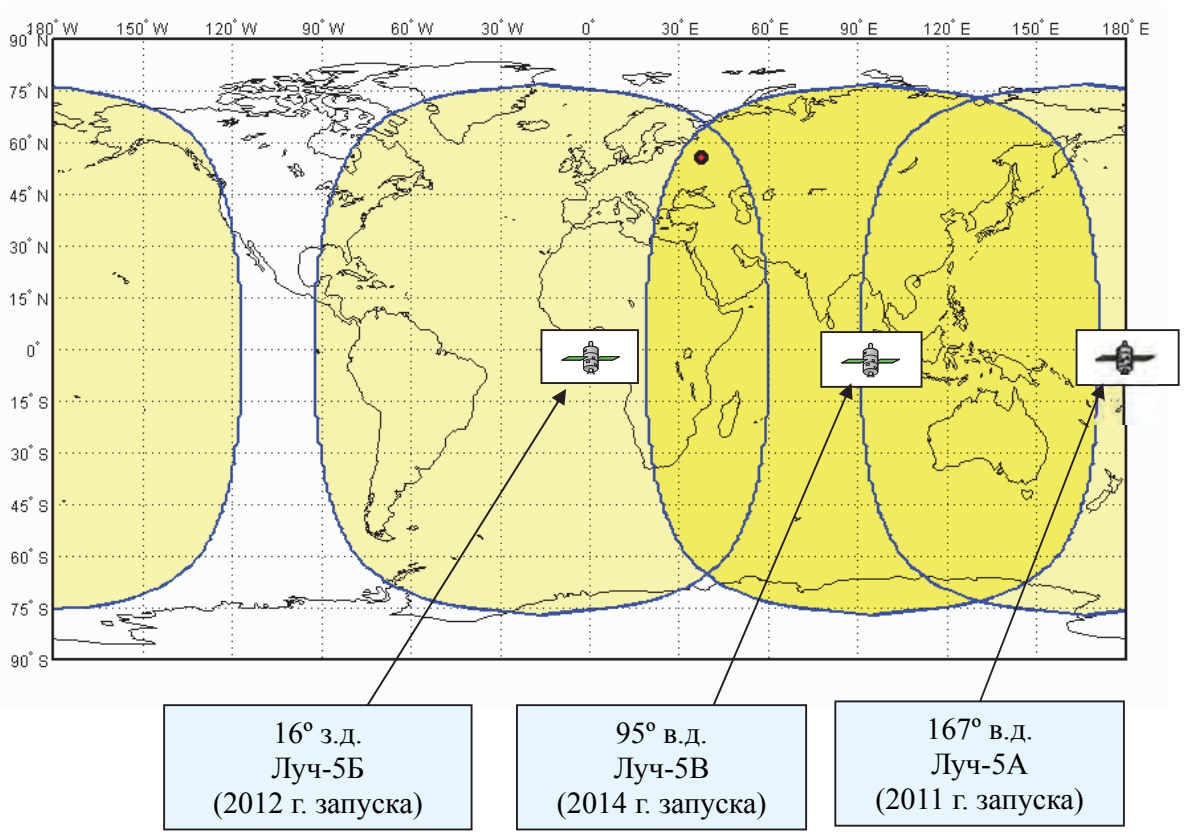

Рис. 2. Комплекс доставки информации потребителям СДКМ

станции ШДС, позволяющей пользователю использовать методы *PPP*-технологии, т.е. достигать субсантиметровых точностей.

3. Используется готовая инфраструктура – сеть опорных станций СДКМ, оборудованных двухчастотными приемниками СРНС.

4. Для реализации предлагаемого способа не требуется наличие главной станцию ШДС, что разгрузит каналы передачи данных и повысит быстродействие системы.

5. Для реализации предлагаемого способа требуется незначительный объем передаваемой информации. Это позволяет использовать узкополосные каналы передачи данных.

6. Так как предлагаемая модернизация не затрагивает уже существующую структуру, то она может использоваться как резервная для СДКМ.

Модель сигналов

Запишем модель сигналов для ГЛОНАСС с учетом того, что в качестве бортовой шкалы принята шкала времени сигнала $L1BT$ и именно к ней передаются поправки в эфемеридах. Смещение шкалы времени сигнала $L2BT$ относительно сигнала $L1BT$ для k-го спутника обозначим как $\Delta\tau_n^k$ [17].

$$D_{k,\tilde{N}T}^{L1}(t_M) = \Delta R_{ORBIT}^k + R^k(t_M) + c\cdot\Delta T_{REC} - c\cdot(\Delta T_{SAT}^k) + \frac{\Delta D_w}{\sin\alpha_k} + c\cdot\left(\Delta\tau_{IONO,L1}^k\right) + A_{k,CT}^{L1} - \xi_{L1,\tilde{N}T}^k, \quad k=\overline{1,J}, \tag{1}$$

$$D_{k,\tilde{N}T}^{L2}(t_M) = \Delta R_{ORBIT}^k + R^k(t_M) + c\cdot\Delta T_{REC} - c\cdot(\Delta T_{SAT}^k) + \frac{\Delta D_w}{\sin\alpha_k} + c\cdot\gamma\cdot\left(\Delta\tau_{IONO,L1}^k\right) + A_{k,CT}^{L1} + B_{k,CT}^{L1,2} - \xi_{L2,\tilde{N}T}^k, \quad k=\overline{1,J}, \tag{2}$$

Для компенсации ионосферной погрешности, умножая выражение (1) на γ и вычитая полученное выражение из (2), получим выражение взвешенной псевдодальности по фазе несущей, соответствующее

$$D_{k,CT}\left(t_M\right)=\frac{D_{k,CT}^{L2}\left(t_M\right)-\gamma\cdot D_{k,CT}^{L1}\left(t_M\right)}{1-\gamma}=\Delta R_{ORBIT}^{k}+R^{k}\left(t_M\right)+c\cdot\Delta T_{REC}-$$
$$c\cdot(\Delta T_{SAT}^{k})+\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w}}}{\sin\alpha_k}-\frac{\xi_{L2,CT}^{k}-\gamma\cdot\xi_{L1,CT}^{k}}{1-\gamma}+A_{k,CT}^{L1}+\frac{B_{k,CT}^{L1,2}}{1-\gamma}, \quad (3)$$

где

$$A_{k,CT}^{L1}=c\cdot\left(\tau_{k,L1,CT}^{\hat{A}\times}+\tau_{CT}^{\hat{A}\times}\right)-c\cdot(\Delta\tau_{L1}^{k}); \quad (4)$$

$$B_{k,CT}^{L1,2}=A_{k,CT}^{L2}-A_{k,CT}^{L1}=c\cdot\left(\tau_{k,L2,CT}^{\hat{A}\times}-\tau_{k,L1,CT}^{\hat{A}\times}\right)-$$
$$-c\cdot(\Delta\tau_{n}^{k}+\Delta\tau_{L2}^{k})+c\cdot(\Delta\tau_{L1}^{k}); \quad (5)$$

J – количество видимых спутников ГЛОНАСС; t_M – момент проведения измерения; R^k – расстояние (дальность), вычисляемая в приемнике между точкой, которую занимал приемник в момент проведения измерения t_M, и положением фазового центра антенны k-го спутника, определяемым эфемеридными данными, относящимися к центру масс спутника, на момент предшествия t_{PREV}^{k} к моменту измерения t_M на время распространения сигнала от k-го спутника до приемника (м), и смещением фазового центра антенны k-го спутника относительно его центра масс в гринвичской системе координат; ΔT_{REC} – смещение шкалы времени приемника относительно системной шкалы времени ГЛОНАСС; ΔR_{ORBIT}^{J} – систематическое смещение в измерениях псевдодальностей и псевдофаз, связанное с неточностью знания орбит спутников (*м*); $\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w}}$ – вертикальная задержка в тропосфере; $\Delta\tau_{IONO,L1}^{k}$, $\Delta\tau_{IONO,L2}^{k}$ – наклонная ионосферная (*ionosphere*, $IONO$) задержка сигнала k-го спутника в диапазоне $L1$ и $L2$, соответственно; ΔT_{SAT}^{k} – смещение шкалы времени k-го спутника, которая совпадает со шкалой времени сигнала $L1BT$, относительно системной шкалы времени ГЛОНАСС; $\Delta\tau_{L1}^{k}$ – задержка кодового CT сигнала диапазона $L1$ относительно BT кодового сигнала в аппаратуре k-го спутника; $\Delta\tau_{L2}^{k}$ – задержка кодового CT сигнала диапазона $L2$ относительно BT кодового сигнала в аппаратуре k-го спутника; $\tau_{k,L1,CT}^{\hat{A}\times}$, $\tau_{k,L2,CT}^{\hat{A}\times}$ – задержка кодового CT сигнала диапазона $L1$ и $L2$ k-го спутника в радиочастотной части приемника; $\tau_{k,L1,CT}^{\hat{A}\times}$, $\tau_{k,L2,CT}^{\hat{A}\times}$ – задержка кодового CT сигнала диапазона $L1$ и $L2$ k-го спутника в антенно-фидерной части приемника; $\xi_{L1,CT}^{k}$, $\xi_{L2,CT}^{k}$ – шумовая составляющая измерения псевдодальности приемником по сигналу диапазона $L1$ и $L2$ CT кода k-го спутника.

Считается, что все меры для устранения многолучевых искажений приняты и поэтому ошибка, соответствующая этому явлению, здесь не рассматривается.

Используя зависимость [4]

$$\Delta\tau_{IONO,L2}^{k}=\gamma\cdot\Delta\tau_{IONO,L1}^{k}, \quad (6)$$

где величина $\gamma=\frac{81}{49}$ для ГЛОНАСС, запишем уравнения для псевдодальностей по фазе несущей в виде:

$$G_{k}^{L1}\left(t_M\right)=\Delta R_{ORBIT}^{k}+R^{k}\left(t_M\right)+c\cdot\Delta T_{REC}+\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w}}}{\sin\alpha_k}-c\cdot(\Delta T_{SAT}^{k})+$$
$$K_{L1}^{k}+A_{k,CT}^{L1}+\lambda_{L1}^{k}\left(\varsigma_{\psi_k}^{L1}\right)-c\cdot\left(\Delta\tau_{IONO,L1}^{k}\right), \quad k=\overline{1,J}, \quad (7)$$

$$G_{k}^{L2}\left(t_M\right)=\Delta R_{ORBIT}^{k}+R^{k}\left(t_M\right)+c\cdot\Delta T_{REC}+\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w}}}{\sin\alpha_k}-c\cdot(\Delta T_{SAT}^{k})+$$
$$K_{L2}^{k}+A_{k,CT}^{L1}+B_{k,CT}^{L1,2}+\lambda_{L2}^{k}\left(\varsigma_{\psi_k}^{L2}\right)-c\cdot\gamma\cdot\left(\Delta\tau_{IONO,L1}^{k}\right), \quad k=\overline{1,J}, \quad (8)$$

$$K_{L2}^{k}=\lambda_{L2}^{k}\cdot\left(\varphi_{0,L2}+\varphi_{0,L2}^{k}\right)-\lambda_{L2}^{k}\cdot\left(\varphi_{h,L2}^{k}\right)-M_{k}^{L2}\cdot\lambda_{L2}^{k}$$

$$K_{L1}^{k}=\lambda_{L1}^{k}\cdot\left(\varphi_{0,L1}+\varphi_{0,L1}^{k}\right)-\lambda_{L1}^{k}\cdot\left(\varphi_{h,L1}^{k}\right)-M_{k}^{L1}\cdot\lambda_{L1}^{k}$$

$$K_{L2}^{k}=\lambda_{L2}^{k}\cdot\left(\varphi_{0,L2}+\varphi_{0,L2}^{k}\right)-\lambda_{L2}^{k}\cdot\left(\varphi_{h,L2}^{k}\right)-M_{k}^{L2}\cdot\lambda_{L2}^{k}$$

где $\varphi_{0,L1}$, $\varphi_{0,L2}$ – начальные фазы приемника в диапазоне $L1$ и $L2$ соответственно, одинаковые для всех литер, так как в приемнике при формировании псевдофазовых измерений производится выравнивание начальных фаз в измерениях, соответствующих разным литерам [17]; $\varphi_{0,L1}^{k}$, $\varphi_{0,L2}^{k}$ – неопределенная начальная фаза излучения k-го спутника в диапазоне $L1$ и $L2$ соответственно; $\varphi_{h,L1}^{k}$, $\varphi_{h,L2}^{k}$ – фазовые аппаратурные искажения в ФАП приемника сигнала k-го спутника в диапазоне $L1$ и $L2$ соответственно; M_{k}^{L1}, M_{k}^{L2} – не-

определенное целое число, отображающее собой неоднозначность фазовых измерений в k-м канале приемника в диапазоне $L1$ и $L2$ соответственно.

Умножая выражение (7) на γ и вычитая полученное выражение из (8), получим выражение взвешенной псевдодальности по фазе несущей:

$$G_{k,CT}\left(t_M\right)=\frac{G_{k,CT}^{L2}\left(t_M\right)-\gamma\cdot G_{k,CT}^{L1}\left(t_M\right)}{1-\gamma}=$$

$$\Delta R_{ORBIT}^{k}+R^{k}\left(t_M\right)+c\cdot\Delta T_{REC}-c\cdot(\Delta T_{SAT}^{k})+A_{k,CT}^{L1}+\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w}}}{\sin\alpha_k}+\ , \tag{9}$$

$$\frac{K_{L2}^{k}-\gamma\cdot K_{L1}^{k}}{1-\gamma}-\frac{\lambda_{L2}^{k}\cdot\left(\varsigma_{\psi_k}^{L2}\right)-\gamma\cdot\lambda_{L1}^{k}\cdot\left(\varsigma_{\psi_k}^{L1}\right)}{1-\gamma}+\frac{B_{k,CT}^{L1,2}}{1-\gamma}$$

где $\varsigma_{\psi_k}^{L1}$, $\varsigma_{\psi_k}^{L2}$ – шумовая составляющая измерения псевдофазы сигнала k-го спутника в приемнике в диапазоне $L1$ и $L2$ соответственно; λ_{L1}^{k}, λ_{L2}^{k} – длина волны несущей сигнала k-го спутника в диапазоне $L1$ и $L2$ соответственно.

Решение сетевой задачи для реализации относительного метода *Float PPP*

Для решения пользовательской задачи относительным методом *Float PPP* необходимо в реальном масштабе времени получать значения Z_k-Z_J,

где

$$Z_k=\Delta R_{ORBIT}^{k}-c\cdot(\Delta T_{SAT}^{k})+\Delta A_k^{L1}+\frac{\Delta B_k^{L1,2}}{1-\gamma}, \tag{10}$$

$$\Delta A_k^{L1}=A_k^{L1}-A_1^{L1}\quad, \tag{11}$$

$$\Delta B_k^{L1,2}=B_k^{L1,2}-B_1^{L1,2}\quad. \tag{12}$$

Это медленно меняющиеся параметры, поэтому неважна разница моментов времени приема сигналов сетевых станций и пользовательского приемника. Кроме того, получение этих параметров не должно зависеть от различного рода дополнений к ГНСС, и тогда пользовательская задача будет решаться оперативно, т.е. в реальном масштабе времени[2].

Для данных сетевой задачи введем индекс – baz. Вблизи антенн сетевых станций имеется возможность оценивать вертикальную задержку, вызванную тропосферой, т.е. $\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w},baz}$ является известной величиной. Такие данные может производить каждая станция. В качестве способа динамической фильтрации используется фильтр калмановского типа (ФКТ) [1, 2, 12–16], который выглядит следующим образом.

В качестве измерений используется вектор

$$\overline{z}=\begin{vmatrix} G_{1,baz}\left(t_{M,baz}\right)-G_{J,baz}\left(t_{M,baz}\right)\\ D_{1,baz}\left(t_{M,baz}\right)-D_{J,baz}\left(t_{M,baz}\right)\\ \dots\\ G_{k,baz}\left(t_{M,baz}\right)-G_{J,baz}\left(t_{M,baz}\right)\\ D_{k,baz}\left(t_{M,baz}\right)-D_{J,baz}\left(t_{M,baz}\right)\\ \dots\\ G_{J-1,baz}\left(t_{M,baz}\right)-G_{J,baz}\left(t_{M,baz}\right)\\ D_{J-1,baz}\left(t_{M,baz}\right)-D_{J,baz}\left(t_{M,baz}\right)\end{vmatrix}\quad, \tag{13}$$

а в качестве оцениваемых параметров, как того требует теория ФКТ [3], необходимо включить следующие величины:

$$\overline{x}=\begin{vmatrix} X_1\\ \dots\\ X_{J-1}\\ X_J\\ \dots\\ X_{2J-2}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix} Z_{1,baz}-Z_{J,baz}\\ \dots\\ Z_{J-1,baz}-Z_{J,baz}\\ \dfrac{K_{L2,baz}^{1}-\gamma\cdot K_{L1,baz}^{1}}{1-\gamma}-\dfrac{K_{L2,baz}^{J}-\gamma\cdot K_{L1,baz}^{J}}{1-\gamma}\\ \dots\\ \dfrac{K_{L2,baz}^{J-1}-\gamma\cdot K_{L1,baz}^{J-1}}{1-\gamma}-\dfrac{K_{L2,baz}^{J}-\gamma\cdot K_{L1,baz}^{J}}{1-\gamma}\end{vmatrix}\quad. \tag{14}$$

[2] Фарина А., Студер Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.

Связь измеряемых с оцениваемыми параметрами запишем в виде:

$$G_{k,baz}\left(t_{M,baz}\right)-G_{J,baz}\left(t_{M,baz}\right)=Z_{k,baz}-Z_{J,baz}+R_{baz}^{k}\left(t_{M,baz}\right)-R_{baz}^{J}\left(t_{M,baz}\right)+$$
$$\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w},baz}}{\sin\alpha_{k,baz}}-\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w},baz}}{\sin\alpha_{J,baz}}-\frac{K_{L2,baz}^{k}-\gamma\cdot K_{L1,baz}^{k}}{1-\gamma}+\frac{K_{L2,baz}^{J}-\gamma\cdot K_{L1,baz}^{J}}{1-\gamma}= \quad . \tag{15}$$
$$X_{k}+R_{baz}^{k}\left(t_{M,baz}\right)-R_{baz}^{J}\left(t_{M,baz}\right)+\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w},baz}}{\sin\alpha_{k,baz}}-\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w},baz}}{\sin\alpha_{J,baz}}-X_{J-1+k}$$

$$D_{k,baz}\left(t_{M,baz}\right)-D_{J,baz}\left(t_{M,baz}\right)=Z_{k,baz}-Z_{J,baz}+R_{baz}^{k}\left(t_{M,baz}\right)-R_{baz}^{J}\left(t_{M,baz}\right)+$$
$$\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w},baz}}{\sin\alpha_{k,baz}}-\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w},baz}}{\sin\alpha_{J,baz}}= \quad . \tag{16}$$
$$X_{k}+R_{baz}^{k}\left(t_{M,baz}\right)-R_{baz}^{J}\left(t_{M,baz}\right)+\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w},baz}}{\sin\alpha_{k,baz}}-\frac{\Delta \mathrm{D}_{\mathrm{w},baz}}{\sin\alpha_{J,baz}}$$

Здесь

$$R_{baz}^{k}=\sqrt{(x^{k}-x_{baz})^{2}+(y^{k}-y_{baz})^{2}+(z^{k}-z_{baz})^{2}},$$
$$\dot{R}_{baz}^{k}=\frac{(x^{k}-x_{baz})\cdot\dot{x}^{k}+(y^{k}-y_{baz})\cdot\dot{y}^{k}+(z^{k}-z_{baz})\cdot\dot{z}^{k}}{R_{baz}^{k}}.$$

Запишем необходимые вектора и матрицы для этого случая.

Так как

$$Z_{k,baz}-Z_{J,baz}=\Delta R_{ORBIT}^{k}-\Delta R_{ORBIT}^{J}-c\cdot(\Delta T_{SAT}^{k})+c\cdot(\Delta T_{SAT}^{J})+$$
$$\Delta A_{k,baz}^{L1}+\frac{\Delta B_{k,baz}^{L1,2}}{1-\gamma}-\Delta A_{J,baz}^{L1}-\frac{\Delta B_{J,baz}^{L1,2}}{1-\gamma} \tag{17}$$

медленно меняющийся параметр, то

$\dot{\bar{x}}=\begin{vmatrix}0 & 0 & \cdots & 0\end{vmatrix}^{T}$

Тогда матрицу $A_i=\frac{\partial\dot{\bar{x}}}{\partial\bar{x}}\Big|_{x=x_{i/i}}$ можно представить в виде:

$$A_i=\begin{vmatrix}0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\\0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\\0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\\0\,0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\\0\,0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\\\cdots\\0\,0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\end{vmatrix}$$

и, соответственно, переходная матрица Φ_i, определяющая динамику оцениваемого вектора, будет равна: $\Phi_i=I+\Delta t\cdot A_i$,

$$H_{i+1}=\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}\Big|_{x=x_{i+1/i}}=\begin{vmatrix}H_{11} & H_{12}\\H_{21} & H_{22}\end{vmatrix},$$

$$H_{11}=H_{12}=H_{21}=\begin{vmatrix}1 & \cdots0\\0\,1 & \cdots0\\\cdots\\0\,0 & \cdots1\end{vmatrix},\quad H_{22}=\begin{vmatrix}0 & \cdots0\\0\,0 & \cdots0\\\cdots\\0\,0 & \cdots0\end{vmatrix}.$$

Матрица интенсивности шума измерений имеет следующий вид:

$$N=\begin{vmatrix}\sigma_{G_j}^{2} & 0\\0 & \sigma_{D_j}^{2}\end{vmatrix},\quad N_0=\begin{vmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{vmatrix},$$
$$N_i=\begin{vmatrix}N & N_0 & N_0\cdots & N_0\\N_0 & N & N_0\cdots & N_0\\\cdots\\N_0 & N_0 & N_0\cdots & N\end{vmatrix}, \tag{18}$$
$$\sigma_{D_j}^{2}=2\cdot\sigma_{d}^{2}$$

где σ_d – среднеквадратическое отклонение (СКО) измерений псевдодальностей по коду; $\sigma_{G_j}^2 = 2 \cdot \sigma_L^2$; σ_{L1} – СКО измерений псевдодальностей по фазе несущей $\lambda_{L1}^k \cdot \left(\varsigma_{\psi_k}^{L1}\right) \approx \lambda_{L2}^k \cdot \left(\varsigma_{\psi_k}^{L2}\right)$.

Таким образом, именно параметры $Z_{1,baz} - Z_{J,baz}$ предлагается передавать посредством сети Интернет либо через спутники-ретрансляторы потребителю (единый центр обработки не используется). Решение потребительской задачи в этом случае выглядит следующим образом.

Решение пользовательской задачи относительным методом *Float PPP*

В качестве измерений используется вектор

$$\overline{z} = \begin{vmatrix} G_1(t_M) - G_J(t_M) \\ D_1(t_M) - D_J(t_M) \\ \dots \\ G_k(t_M) - G_J(t_M) \\ D_k(t_M) - D_J(t_M) \\ \dots \\ G_{J-1}(t_M) - G_J(t_M) \\ D_{J-1}(t_M) - D_J(t_M) \end{vmatrix}, \quad (19)$$

а в качестве оцениваемых параметров, согласно теории ФКТ [3], необходимо включить следующие величины

$$\overline{x} = \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ \dots \\ X_{4+J-1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ \Delta D_w \\ \dfrac{K_{L2}^1 - \gamma \cdot K_{L1}^1}{1-\gamma} - \dfrac{K_{L2}^J - \gamma \cdot K_{L1}^J}{1-\gamma} \\ \dots \\ \dfrac{K_{L2}^{J-1} - \gamma \cdot K_{L1}^{J-1}}{1-\gamma} - \dfrac{K_{L2}^J - \gamma \cdot K_{L1}^J}{1-\gamma} \end{vmatrix}. \quad (20)$$

Связь измеряемых с оцениваемыми параметрами запишем в виде:

$$\begin{aligned} &G_k(t_M) - G_J(t_M) = Z_k - Z_J + R^k(t_M) - R^J(t_M) + \\ &\frac{\Delta D_w}{\sin\alpha_k} - \frac{\Delta D_w}{\sin\alpha_J} - \frac{K_{L2}^k - \gamma \cdot K_{L1}^k}{1-\gamma} + \frac{K_{L2}^J - \gamma \cdot K_{L1}^J}{1-\gamma} = \\ &R_{baz}^k(t_{M,baz}) - R_{baz}^J(t_{M,baz}) + \frac{X_4}{\sin\alpha_k} - \frac{X_4}{\sin\alpha_J} - X_{J-1+k} \end{aligned}. \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &D_k(t_M) - D_J(t_M) = Z_k - Z_J + R^k(t_M) - R^J(t_M) + \frac{\Delta D_w}{\sin\alpha_k} - \frac{\Delta D_w}{\sin\alpha_J} = \\ &R^k(t_M) - R^J(t_M) + \frac{X_4}{\sin\alpha_k} - \frac{X_4}{\sin\alpha_J} \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь

$$\begin{aligned} &Z_k - Z_J = \Delta R_{ORBIT}^k - \Delta R_{ORBIT}^J - c \cdot (\Delta T_{SAT}^k) + c \cdot (\Delta T_{SAT}^J) + \\ &\Delta A_k^{L1} + \frac{\Delta B_k^{L1,2}}{1-\gamma} - \Delta A_J^{L1} - \frac{\Delta B_J^{L1,2}}{1-\gamma} \end{aligned} \quad (23)$$

Эти величины необходимо выразить через известные аналогичные параметры, полученные при решении сетевой задачи.

$$\begin{aligned} &Z_k - Z_J = Z_{k,baz} - Z_{J,baz} + \\ &\Delta A_k^{L1} + \frac{\Delta B_k^{L1,2}}{1-\gamma} - \Delta A_J^{L1} - \frac{\Delta B_J^{L1,2}}{1-\gamma} - \Delta A_{k,baz}^{L1} - \frac{\Delta B_{k,baz}^{L1,2}}{1-\gamma} + \Delta A_{J,baz}^{L1} + \frac{\Delta B_{J,baz}^{L1,2}}{1-\gamma} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} &\Delta A_k^{L1} - \Delta A_{k,baz}^{L1} = c \cdot \left(\tau_{k,L1,CT}^{\hat{A}\times}\right) - c \cdot \left(\tau_{k,L1,CT,baz}^{\hat{A}\times}\right) - \\ &c \cdot \left(\tau_{1,L1,CT}^{\hat{A}\times}\right) + c \cdot \left(\tau_{1,L1,CT,baz}^{\hat{A}\times}\right) \end{aligned}, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} &\Delta B_k^{L1,2} - \Delta B_{k,baz}^{L1,2} = c \cdot \left(\tau_{k,L2,CT}^{\hat{A}\times} - \tau_{k,L1,CT}^{\hat{A}\times}\right) - \\ &c \cdot \left(\tau_{k,L2,CT,baz}^{\hat{A}\times} - \tau_{k,L1,CT,baz}^{\hat{A}\times}\right) \end{aligned} \quad (26)$$

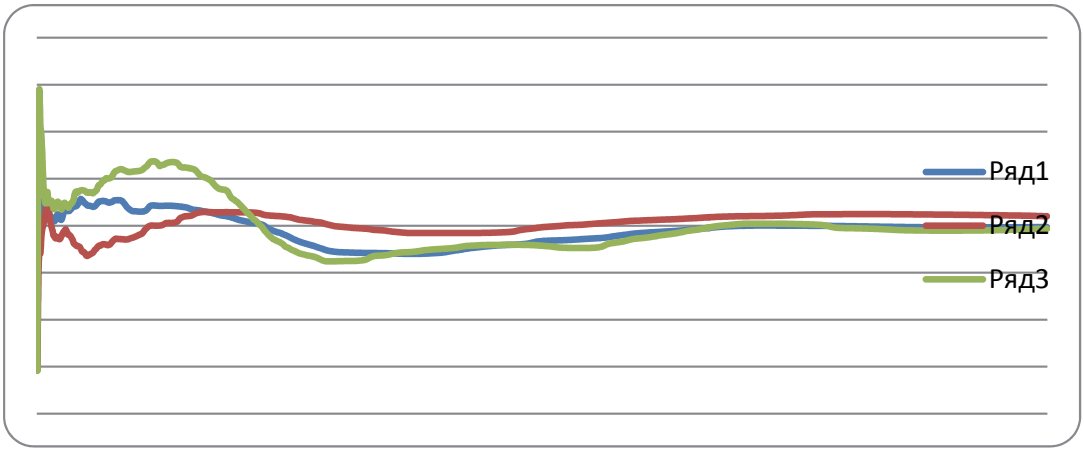

Рис. 3. Ошибки оценки координат потребителя, полученные ФКТ на основе относительного метода Float PPP

Параметры $c\cdot\left(\tau^{\hat{A}\times}_{k,L1,CT}-\tau^{\hat{A}\times}_{k,L1,CT,baz}\right)$, $c\cdot\left(\tau^{\hat{A}\times}_{k,L2,CT}-\tau^{\hat{A}\times}_{k,L2,CT,baz}\right)$, $c\cdot\left(\tau^{\hat{A}\times}_{k,L1,CT}-\tau^{\hat{A}\times}_{k,L1,CT,baz}\right)$ легко определяются при установке сетевых и пользовательского приемника на одну антенну.

$$R^k=\sqrt{(x^k-X_1)^2+(y^k-X_2)^2+(z^k-X_3)^2}$$

$$\dot{R}^k=\frac{(x^k-X_1)\cdot\dot{x}^k+(y^k-X_2)\cdot\dot{y}^k+(z^k-X_3)\cdot\dot{z}^k}{R^k}$$

Запишем необходимые вектора и матрицы для этого случая:

$$\dot{\bar{x}}=\begin{vmatrix}0 & 0 & \cdots & 0\end{vmatrix}^T.$$

Тогда матрицу $A_i=\frac{\partial\dot{\bar{x}}}{\partial\bar{x}}\Big|_{x=x_{i/i}}$ представим в виде:

$$A_i=\begin{vmatrix}0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\\0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\\0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\\0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\\0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\\\cdots\\0\,0\,0\,0\,0\cdots0\,0\,0\end{vmatrix}$$

и, соответственно, переходная матрица Φ_i, определяющая динамику оцениваемого вектора, будет равна: $\Phi_i=I+\Delta t\cdot A_i$,

$$H_{i+1}=\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}\Big|_{x=x_{i+1/i}}=\begin{vmatrix}H^1 & H_1\\\cdots\\H^k & H_k\\\cdots\\H^{J-1} & H_{J-1}\end{vmatrix},$$

$$H^k=\begin{vmatrix}a^k & b^k & c^k & \frac{1}{\sin\alpha_k}\\a^k & b^k & c^k & \frac{1}{\sin\alpha_k}\end{vmatrix},$$

где

$$a^k=-\frac{x^k-X_1}{R^k},\qquad b^k=-\frac{y^k-X_2}{R^k},$$

$$c^k=-\frac{z^k-X_3}{R^k}$$

$$H_1=\begin{vmatrix}1 & 0 & 0 & 0\cdots0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\cdots0 & 0\end{vmatrix},\ H_2=$$

$$=\begin{vmatrix}0 & 0 & 1 & 0\cdots0 & 0\\0 & 0 & 0 & 0\cdots0 & 0\end{vmatrix}$$ и т.д.

Матрица интенсивности шума измерений имеет следующий вид:

$$N=\begin{vmatrix}\sigma^2_{G_j} & 0\\0 & \sigma^2_{D_j}\end{vmatrix},\qquad N_0=\begin{vmatrix}0 & 0\\0 & 0\end{vmatrix},$$

$$N_i=\begin{vmatrix}N & N_0 & N_0\cdots & N_0\\N_0 & N & N_0\cdots & N_0\\\cdots\\N_0 & N_0 & N_0\cdots & N\end{vmatrix},\qquad(27)$$

$$\sigma^2_{D_j}=2\cdot\sigma^2_d,$$

где σ_d – СКО измерений псевдодальностей по коду; $\sigma^2_{G_j}=2\cdot\sigma^2_L$; σ_{L1} – СКО измерений псевдодальностей по фазе несущей $\lambda^k_{L1}\cdot\left(\varsigma^{L1}_{\psi_k}\right)\approx\lambda^k_{L2}\cdot\left(\varsigma^{L2}_{\psi_k}\right)$.

Результат натурного эксперимента приведен на рис. 3, где по оси ординат отложено время в секундах, а по оси абсцисс – ошибки оценки[3] координаты x (ряд 1), y (ряд 2), z (ряд 3) в миллиметрах.

Выводы

Разработанный относительный метод является методом высокоточного позиционирования по типу метода Float PPP, что демонстрируют результаты приведенного эксперимента.

Относительный метод *Float PPP* можно применять для оценки координат подвижного объекта с точно известной моделью движения [6–9].

Данный метод целесообразно использовать для высокоточного определения местоположения объектов глобальных автоматизированных систем типа ГАС РФ «Правосудие», «Выборы» и др. и пополнения соответствующих накопителей пространственных данных их геоинформационных подсистем [10, 11].

Метод можно считать глобальным, так как получаемые поправки не несут локального характера.

[3] Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. – М.: Связь, 1976.

Рецензент: ***Алексеев Владимир Витальевич,*** *член редколлегии, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Информационные системы и защита информации» ТГТУ, г. Тамбов, Россия.*
E-mail: vvalex@yandex.ru

Литература

1. Бетанов В. В. К вопросу повышения устойчивости решения обобщенных некорректных задач навигационно-баллистического обеспечения на различных этапах полета КА // Труды 7-й Всеросс. конф. «Фундаментальное и прикладное координатно-временное и навигационное обеспечение» (КВНО-2017) (17 – 21 апреля 2017 г.) / ИПА РАН. – СПб: ИПА РАН. – С. 196 – 198.
2. Бетанов В.В. О распространении структурных свойств измерительных задач экспериментальной космической баллистики на объект-систему «задача-инструмент решения» // Труды XXIII Междунар. науч. конф. (1 – 8 июля 2018 г.)/ МАИ. – Евпатория: МАИ, 2018. – С. 111 – 114.
3. Вовасов В. Е., Бетанов В. В., Степанников В. М. Аналитическая оценка установившихся значений оцениваемых параметров и расчет элемента адаптации фильтров калмановского типа // Телекоммуникации. – 2014. – № 3. – С. 2 – 8.
4. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. – М.: Радиотехника, 2010. – 800 с.
5. Ловцов Д. А. Информационная теория эргасистем: Тезаурус. – М.: Наука, 2005. – 248 с.
6. Ловцов Д. А., Андреев Г. И. Прецизионное прогнозирование движения техногенных объектов в околоземном космическом пространстве // Информация и космос. – 2015. – № 2. – С. 103 – 110.
7. Ловцов Д. А., Карпов Д. С. Динамическое планирование навигационных определений объектов ракетно-космической техники в АСУ лётными испытаниями // Вестник НПО им. С. А. Лавочкина. – 2010. – № 1. – С. 53 – 60.
8. Ловцов Д. А., Панюков И. И. Информационная технология автоматизированного планирования определения навигационных параметров объектов ракетной техники // Автоматика и телемеханика. – 1995. – № 12. – С. – 32 – 46.
9. Ловцов Д. А., Чернов В. В. Оптимизация бортового антенного комплекса объекта испытаний при обмене телеметрической информацией через спутник-ретранслятор // Вестник НПО им. С. А. Лавочкина. – 2019. – № 3. – С. 64 – 73. DOI: 10.26162/LS.2019.45.3.009.
10. Ловцов Д. А., Черных А. М. Геоинформационные системы. – М.: Росс. гос. ун-т правосудия, 2012. – 188 с. ISBN 978-5-93916-340-8.
11. Ловцов Д. А., Черных А. М. Модернизация системы судебной статистики на основе новой геоинформационной технологии // Правовая информатика. – 2016. – № 1. – С. 7 – 14.
12. Тюлин А. Е., Бетанов В. В. Летные испытания космических объектов. Определение и анализ движения по экспериментальным данным: Монография. – М.: Радиотехника, 2016. – 332 с.
13. Тюлин А. Е., Бетанов В. В., Кобзарь А. А. Навигационно-баллистическое обеспечение полета ракетно-космических средств. Кн. 1. Методы, модели и алгоритмы оценивания параметров движения: Монография. – М.: Радиотехника, 2018. – 479 с.
14. Тюлин А. Е., Бетанов В. В., Юрасов В. С., Стрельников С. В. Навигационно-баллистическое обеспечение полета ракетно-космических средств. Кн. 2. Системный анализ НБО: Монография. – М.: Радиотехника, 2018. – 487 с.
15. Тюлин А. Е., Бетанов В. В. Гарантированное координатно-временное и навигационное обеспечение потребителей // Правовая информатика. – 2020. – № 2. – С. 4 – 16. DOI: 10.21681/1994-1404-2020-2-04-16

16. Тюлин А. Е., Бетанов В. В. К вопросу повышения устойчивости решения обобщенных некорректных задач навигационно-баллистического обеспечения на различных этапах полета КА // Труды Института прикладной астрономии РАН. – Вып. 44. – СПб: ИПА РАН, 2018. – С. 114 – 125.
17. Поваляев А. А. Спутниковые радионавигационные системы: время, показания часов, формирование измерений и определение относительных координат. – М.: Радиотехника, 2008. – 328 с.
18. Ступак Г. Г. Система ГЛОНАСС как основа координатно-временного и навигационного обеспечения России. Основные направления международного сотрудничества в области ГНСС // Труды семинара «Практическое использование спутниковых навигационных технологий ГЛОНАСС/*GPS*» (8 – 9 апреля 2015 г.) // ГК «Роскосмос». – М.: АО «РКС», 2015. – С. 92 – 98.

A METHOD FOR HIGH-PRECISION POSITIONING OF SATELLITE SYSTEM INFORMATION CONSUMERS

Vladimir Betanov, *Dr.Sc. (Technology), Professor, corresponding member of the Russian Academy of Rocket and Artillery Sciences, Deputy Head of the AO (JSC) "Russian space systems" Centre, Russian Federation, Moscow.*
E-mail: *vlavab@mail.ru*

Valerii Vovasov, *Ph.D. (Technology), Leading Researcher at the AO (JSC) "Russian space systems", Russian Federation, Moscow.*
E-mail: *vovasov@list.ru*

Aleksandra Voropaeva, *Research Engineer at the AO (JSC) "Russian space systems", Russian Federation, Moscow.*
E-mail: *voropaevvv@list.ru*

Keywords: *global navigation satellite system, coordinate, time and navigation support, absolute precise location determination method, Float PPP method, Integer PPP method, signals model, dynamic filtering, consumers.*

Abstract.

Purpose of the work: *improving the scientific and methodological basis of the theory of consumers' high-precision positioning using a maximum amount of information under real conditions.*

Methods used: *system analysis and formal logical development of the method for high-precision determination of coordinates and time based on dynamic filtering.*

Results obtained: *a high-precision positioning method similar to Float PPP is developed allowing to use relative phase measurements of the user receiver and the nearest differential stations. Moreover, the corrections received from the stations are global in nature, that is, the relative method is in no way inferior to the absolute one. A Kalman type filter is used for dynamic filtering. An algorithm for both network and user solutions for GLONASS is developed. An estimate for the accuracy of the object coordinates based on real measurements is given.*

References

1. Betanov V. V. K voprosu povysheniia ustoichivosti resheniia obobshchennykh nekorrektnykh zadach navigatsionno-ballisticheskogo obespecheniia na razlichnykh etapakh poleta KA. Trudy 7-i Vseross. konf. "Fundamental'noe i prikladnoe koordinatno-vremennoe i navigatsionnoe obespechenie" (KVNO-2017) (17-21 aprelia 2017 g.), IPA RAN, SPb. : IPA RAN, pp. 196-198.
2. Betanov V.V. O rasprostranenii strukturnykh svoistv izmeritel'nykh zadach eksperimental'noi kosmicheskoi ballistiki na ob"ekt-sistemu "zadacha-instrument resheniia". Trudy XXIII Mezhdunar. nauch. konf. (1-8 iiulia 2018 g.), MAI, Evpatoriia : MAI, 2018, pp. 111-114.
3. Vovasov V. E., Betanov V. V., Stepannikov V. M. Analiticheskaia otsenka ustanovivshikhsia znachenii otsenivaemykh parametrov i raschet elementa adaptatsii fil'trov kalmanovskogo tipa. Telekommunikatsii, 2014, No. 3, pp. 2-8.
4. GLONASS. Printsipy postroeniia i funktsionirovaniia. Pod red. A. I. Perova, V. N. Kharisova, M. : Radiotekhnika, 2010, 800 pp.
5. Lovtsov D. A. Informatsionnaia teoriia ergasistem: Tezaurus. M. : Nauka, 2005, 248 pp.
6. Lovtsov D. A., Andreev G. I. Pretsizionnoe prognozirovanie dvizheniia tekhnogennykh ob"ektov v okolozemnom kosmicheskom prostranstve. Informatsiia i kosmos, 2015, No. 2, pp. 103-110.

7. Lovtsov D. A., Karpov D. S. Dinamicheskoe planirovanie navigatsionnykh opredelenii ob"ektov raketno-kosmicheskoi tekhniki v ASU letnymi ispytaniiami. Vestnik NPO im. S. A. Lavochkina, 2010, No. 1, pp. 53-60.
8. Lovtsov D. A., Paniukov I. I. Informatsionnaia tekhnologiia avtomatizirovannogo planirovaniia opredeleniia navigatsionnykh parametrov ob"ektov raketnoi tekhniki. Avtomatika i telemekhanika, 1995, No. 12, pp. 32-46.
9. Lovtsov D. A., Chernov V. V. Optimizatsiia bortovogo antennogo kompleksa ob"ekta ispytanii pri obmene telemetricheskoi informatsiei cherez sputnik-retransliator. Vestnik NPO im. S. A. Lavochkina, 2019, No. 3, pp. 64-73. DOI: 10.26162/LS.2019.45.3.009.
10. Lovtsov D. A., Chernykh A. M. Geoinformatsionnye sistemy. M. : Ross. gos. un-t pravosudiia, 2012, 188 pp. ISBN 978-5-93916-340-8.
11. Lovtsov D. A., Chernykh A. M. Modernizatsiia sistemy sudebnoi statistiki na osnove novoi geoinformatsionnoi tekhnologii. Pravovaia informatika, 2016, No. 1, pp. 7-14.
12. Tiulin A. E., Betanov V. V. Letnye ispytaniia kosmicheskikh ob"ektov. Opredelenie i analiz dvizheniia po eksperimental'nym dannym : monografiia. M. : Radiotekhnika, 2016, 332 pp.
13. Tiulin A. E., Betanov V. V., Kobzar' A. A. Navigatsionno-ballisticheskoe obespechenie poleta raketno-kosmicheskikh sredstv. Kn. 1. Metody, modeli i algoritmy otsenivaniia parametrov dvizheniia : monografiia. M. : Radiotekhnika, 2018, 479 pp.
14. Tiulin A. E., Betanov V. V., Iurasov V. S., Strel'nikov S. V. Navigatsionno-ballisticheskoe obespechenie poleta raketno-kosmicheskikh sredstv. Kn. 2. Sistemnyi analiz NBO : monografiia. M. : Radiotekhnika, 2018, 487 pp.
15. Tiulin A. E., Betanov V. V. Garantirovannoe koordinatno-vremennoe i navigatsionnoe obespechenie potrebitelei. Pravovaia informatika, 2020, No. 2, pp. 4-16. DOI: 10.21681/1994-1404-2020-2-04-16.
16. Tiulin A. E., Betanov V. V. K voprosu povysheniia ustoichivosti resheniia obobshchennykh nekorrektnykh zadach navigatsionno-ballisticheskogo obespecheniia na razlichnykh etapakh poleta KA. Trudy Instituta prikladnoi astronomii RAN, vyp. 44, SPb. : IPA RAN, 2018, pp. 114-125.
17. Povaliaev A. A. Sputnikovye radionavigatsionnye sistemy: vremia, pokazaniia chasov, formirovanie izmerenii i opredelenie otnositel'nykh koordinat. M. : Radiotekhnika, 2008, 328 pp.
18. Stupak G. G. Sistema GLONASS kak osnova koordinatno-vremennogo i navigatsionnogo obespecheniia Rossii. Osnovnye napravleniia mezhdunarodnogo sotrudnichestva v oblasti GNSS. Trudy seminara "Prakticheskoe ispol'zovanie sputnikovykh navigatsionnykh tekhnologii GLONASS/GPS" (8-9 aprelia 2015 g.), GK "Roskosmos", M. : AO "RKS", 2015, pp. 92-98.