

ИДЕНТИФИКАЦИЯ СИНГУЛЯРНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ПРИЗНАКОВ АНОМАЛЬНЫХ СОБЫТИЙ В ИНФОРМАЦИОННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Сухов А.В.¹, Конюшев В.В.²

Ключевые слова: сингулярность, эргатическая система (эргасистема), энтропия покрытия, цепи физических факторов, информационные процессы, идентификационная решетка, признаки, информационный ресурс, правдоподобие, алгоритм.

Аннотация

Цель работы: разработка методического подхода к идентификации сингулярных последовательностей наборов признаков аномальных («нестатных») событий (преступлений и пр.) в проявлениях цепей физических факторов в информационном пространстве эргатической системы.

Методы: концептуально-логическое и имитационное моделирование информационных процессов с применением модифицированного аппарата оптимального оценивания с использованием информационной меры — энтропии покрытия.

Результаты: обоснован новый методический подход к идентификации сингулярных последовательностей признаков аномальных событий на цепях физических факторов и дана концептуальная основа идентификации, основанная на применении аппарата оптимального оценивания с использованием энтропии покрытия; построена математическая модель процесса идентификации признаков проявления сингулярности в информационном пространстве эргасистемы; дана формулировка процесса выявления признаков проявления сингулярности и разработан алгоритм определения проявлений сингулярности на цепях физических факторов.

Приведены результаты имитационного моделирования.

DOI: 10.21681/1994-1404-2023-2-26-33

Введение

Информационные процессы, происходящие в различных сферах — природе, обществе и технике — определяют возможность применения общих методологических подходов при создании и применении аналитического аппарата для идентификации совокупности признаков, свидетельствующих о тех или иных особенностях исследуемых явлений.

Особое место занимают эргатические системы (эргасистемы) — человеко-машинные системы управления сложными динамическими объектами, которые в соответствии с целями функционирования должны обеспечить выполнение заданных вещественно-энергетических процессов. Их функционирование, развитие и само существование как единого целого опреде-

ляется информационными процессами (технологическими процессами переработки информации)³ [3, 4].

Стационарные процессы в стохастической картине динамических явлений, относящихся к эргасистемам, проявляются через предметно-вещественные факторы, информационные ресурсы которых не могут быть определены непосредственно. Поэтому необходимо применение подхода, основанного на отображении явлений предметной области в информационное пространство [1, 6]. В том случае, когда информационное пространство основано на применении информационной меры — энтропии покрытия (ЭП), возможно образование метрического информационного пространства и определение основных свойств этой меры [7, 9].

³ URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/informatsionnaya-teoriya-ergasistem-osnovnye-polozeniya>

¹ Сухов Андрей Владимирович, доктор технических наук, профессор, старший научный сотрудник 27 Центрального научно-исследовательского института Министерства обороны России, г. Москва, Российская Федерация.

E-mail: avs57@mail.ru

² Конюшев Валерий Вениаминович, старший научный сотрудник НПО «Специальная техника и связь» МВД России, г. Москва, Российская Федерация.

E-mail: klvvk@mail.ru

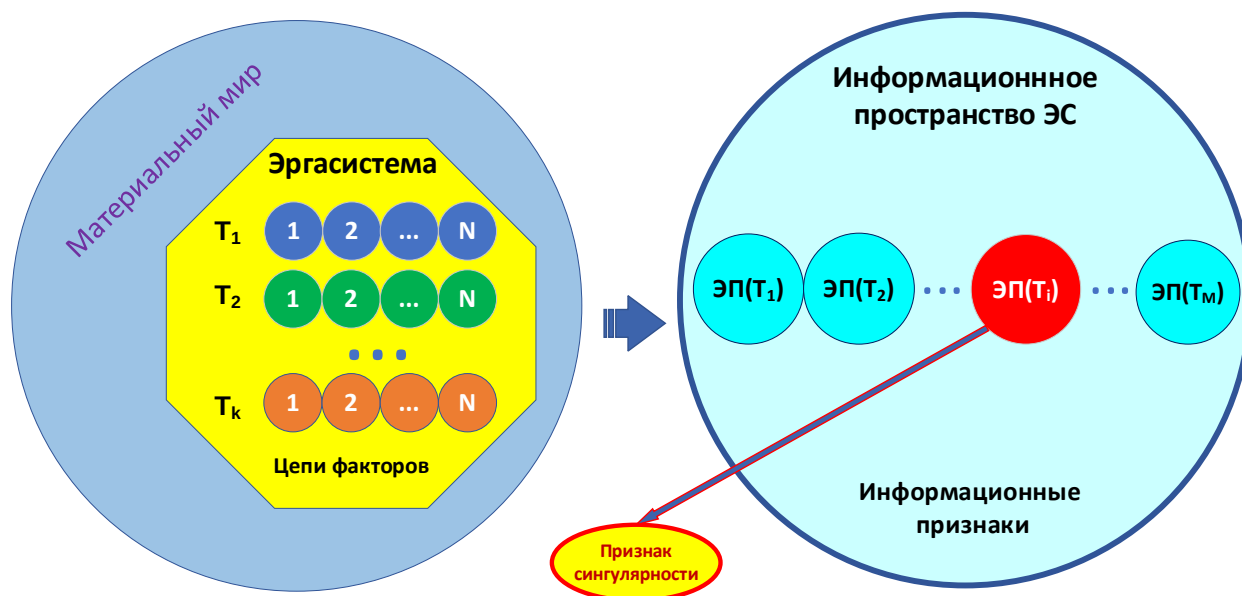


Рис. 1. Общая схема отображения цепей признаков факторов на информационное пространство эргасистемы

Для отражения в информационном пространстве вектора информационных ресурсов используется дополнительная функция — обобщенная ЭП, значения которой являются комплексными величинами. При этом мнимая часть обобщенной ЭП отражает степень *недостаточности* по отдельным компонентам вектора ресурсов элемента эргасистемы. Избыточность ресурсов по другим компонентам вектора ресурсов отражается действительной частью.

Отображение предметной области в информационное пространство отражает степень информационной полезности элемента эргасистемы в процессе её функционирования. Модуль комплексного значения обобщенной ЭП применяется для её согласования с метрическим информационным пространством. При этом модуль обобщенной ЭП отражает степень несоответствия ресурсов элемента эргасистемы нормативным значениям.

Для выявления основных признаков, определяющих состояние системы (нормальное или с нарушениями), необходимо определить информационные потоки, отражающие целевое функционирование эргасистемы.

Предметно-вещественные отношения, проявляющиеся в информационном пространстве через энтропию покрытия, образуют цепи факторов, характеризующих процессы, происходящие в эргасистеме.

Цепи физических факторов эргасистемы

На цепях факторов стационарных процессов возможно проявление сингулярности, которую необходимо идентифицировать с целью обеспечения устойчивого функционирования эргасистемы и применения ее по целевому назначению.

Для эргасистем целесообразно ввести понятие *эргатической сингулярности*, т. е. сингулярности, проявленной в рамках конкретной эргасистемы, описанной в априорной модели функционирования эргасистемы. В этих условиях невозможно сформировать управляющие воздействия в эргасистеме, обеспечивающие её устойчивое функционирование, поскольку происходит потеря управляемости и затруднено применение эргасистемы по целевому назначению⁴.

Одна из главных *целей* теории сингулярности — описание того, как объекты зависят от параметров, особенно в случаях, когда свойства претерпевают внезапные изменения при небольшом изменении параметров. Эти ситуации называются перестройкой, бифуркациями или катастрофами. Классификация типов изменений и характеристика наборов параметров, которые вызывают эти изменения, являются одними из основных математических целей. Сингулярности могут возникать в широком диапазоне математических объектов, от матриц, зависящих от параметров, до волновых фронтов⁵.

На рис. 1 показана схема, иллюстрирующая процесс отображения предметно-вещественных отношений материального мира в информационное пространство эргасистемы (ЭС).

Цепи физических факторов, относящиеся к функционированию эргасистемы, сопоставляются с индексами идентификационной решетки. Рассматриваемые признаки проявления сингулярности, как правило, имеют вербальный (словесно-описательный) характер. Для перехода к количественному представлению

⁴ URL: <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/3358>

⁵ Арнольд В. И. (2000). Теория сингулярности. Институт математических наук Исаака Ньютона. URL: <https://www.newton.ac.uk/event/sgt>

Сопоставление вербальных признаков числовым значениям при идентификации признаков сингулярности

Полное соответствие	$x = 100$	Безусловное соответствие всем требованиям к признаку
Сильное соответствие	$x = 65$	Соответствие всем существенным требованиям и ряду несущественных
Соответствие	$x = 35$	Соответствие существенным требованиям, некоторое соответствие по несущественным требованиям
Некоторое соответствие	$x = 15$	Соответствие только по существенным требованиям
Слабое соответствие	$x = 6$	Соответствие по отдельным существенным требованиям
Незначительное соответствие	$x = 2,5$	Соответствие по отдельным требованиям
Невыраженное соответствие (несоответствие)	$x = 1$	Не соответствует требованиям

признаков, что необходимо для построения математической модели, целесообразно использовать таблицу сопоставления вербальных признаков числовым значениям в соответствии с их влиянием на целевую функцию рассматриваемой задачи — идентифицировать признаки проявления сингулярности. Пример таблицы преобразования вербальных признаков в числовые значения представлен в таблице [8].

Оптимальное оценивание признаков сингулярности цепей физических факторов

Сформируем решётку признаков $\{a_i\}$. Предполагая независимость признаков x_i (в соответствии с таблицей) и учитывая их значимость весовыми коэффициентами a_i , уравнение наблюдения признаков можно представить линейной формой с независимыми взаимно ортогональными весовыми коэффициентами:

$$z(t) = \sum_{i=1}^m a_i(t) [x_i + n_i(t)], \quad (1)$$

где m — количество рассматриваемых признаков; $n_i(t)$ — шумовой фактор, характеризующий влияние внешней среды и субъективности экспертов [12] на результат наблюдения; a_i — весовой коэффициент i -го признака, который следует выбирать с учётом выполнения требования ортогональности.

Однако при предположении о равной значимости признаков лучше использовать систему ортонормированных функций (когда интеграл от квадрата функции равен единице):

$$\begin{cases} \forall i, j \in 1 \dots L, i \neq j: \int_0^T a_i(t) a_j(t) dt = 0 \\ \text{при } i = j: \int_0^T a_i(t) a_i(t) dt = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Последовательность проявлений признаков на решётке образует сингулярную цепь, которую можно представить отображением последования Пуанкаре для неавтономных хаотических систем [10]:

$$\Pi = \{(x, z) \in \mathbb{R}^m \times S \mid x(0) = x_0\}. \quad (3)$$

где S — гиперплоскость набора признаков.

В качестве системы функций, удовлетворяющей (2), можно использовать символ Кронекера (кронекериан)⁶:

$$\begin{cases} \forall i, j \in 1 \dots L, i \neq j: a_i a_j = \delta_{ij} \\ \text{при } i = j: a_i = \delta_{ii}. \end{cases} \quad (4)$$

Другие возможные варианты приведены в [8].

Набор признаков в (1) формирует идентификационную решетку:

$$S(x(t), t) = \sum_{i=1}^m a_i(t) x_i, S \in S. \quad (5)$$

В свою очередь, сам ряд признаков $\{a_i(t) x_i\}$ образует спектр проявлений сингулярности на цепях факторов.

В соответствии с центральной предельной теоремой теории вероятностей⁷ совокупность многочисленных случайных факторов, оказывающих совместное влияние на какой-либо процесс, в пределе стремится к нормальному закону распределения. С учётом гипотезы о независимости признаков и выполнения условия ортонормированности весовых коэффициентов (2) и

⁶ URL: <https://bigenc.ru/c/simvol-kronekera-360222>

⁷ Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука, 1985. 640 с.

(4) допустимо предположение о нормальном распределении шумового фактора $n(t)$. Последующие преобразования, приводящие к выражению для отношения правдоподобия, приведены в [8].

Для определения проявления сингулярности на цепях факторов требуется серия наблюдений и вынесение по результатам накопленного опыта решения о наличии или отсутствии сингулярности. Результаты наблюдений на отрезке времени $[0; T]$ должны накапливаться с целью формирования апостериорной плотности вероятности наблюдений с применением детектора и классификатора признаков и затем использоваться в формирователе отношения правдоподобия⁸.

Отношение правдоподобия представляет собой отношение апостериорных плотностей вероятностей для двух гипотез — наличия и отсутствия признаков сингулярности (например, принадлежности преступления к серийному [2, 8]).

Для определения информационного ресурса результата идентификации проявления сингулярности применим подход, минимизирующий средний байесовский риск. То есть в соответствии с известными методиками⁹ [11] требуется построить отношение правдоподобия, сводящее к минимуму средний байесовский риск. В этих целях можно использовать аппарат оптимального оценивания, а в качестве критерия оптимальности воспользоваться одним из следующих известных критериев¹⁰: критерий Неймана-Пирсона, критерий идеального наблюдателя, критерий последовательного наблюдателя.

В качестве критерия идентификации проявления сингулярности используем критерий идеального наблюдателя, в котором минимизируется общая вероятность ошибки. Тогда функции штрафов при ошибках первого и второго рода будут равны единице, а при отсутствии ошибок функции штрафов будут равны нулю.

С учётом [8] отношение правдоподобия представляет собой отношение функции правдоподобия $p(z(t), x(t))$ при условии выполнения гипотезы наличия сингулярности к функции правдоподобия $p(z(t), 0)$ при условии невыполнения гипотезы наличия сингулярности, что позволяет сформировать следующее решающее правило:

$$\Lambda(z(t), x(t)) = \frac{p(z(t), x(t))}{p(z(t), 0)} \leq \Lambda_{\text{пор}} \quad (6)$$

Прологарифмируем левую и правую части выражения (6). С учётом определения энтропии покрытия [5, 7] этот логарифм будет представлять собой энтропию покрытия для апостериорного распределения признаков $x(t)$:

$$\begin{aligned} H^{\Pi}(x(t), z(t)) &= \log[\Lambda(z(t), x(t))] \\ &= \log\left[\frac{p(z(t), x(t))}{p(z(t), 0)}\right], \end{aligned} \quad (7)$$

где основание логарифма определяет единицы измерения энтропии: натуральный логарифм ($\ln$) — *наты*, двоичный ($\log_2$) — *биты*.

Энтропия покрытия сингулярной последовательности по апостериорному распределению

Главной задачей при формировании отношения правдоподобия является вычисление энтропии покрытия для апостериорного распределения.

На этом основании можно сделать вывод, что для принятия оптимального решения о проявлении сингулярности необходимо вычислить энтропию покрытия по набору признаков на цепях физических факторов.

Поскольку цепи факторов представляют собой ряд событий, каждое из которых рассматривается на интервале Δt , то можно перейти к дискретной цепи. При этом количество шагов при наблюдении на интервале времени от 0 до T равно:

$$M = T / \Delta t \quad (8)$$

В [8] получено значение для отношения правдоподобия, представляющее собой энтропию покрытия:

$$\begin{aligned} H^{\Pi}(z(t), x(t)) &= \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^m z_k a_{ik} x_{ki} - \\ &- \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^m (a_{ik} x_{ik})^2 \leq NM \ln \frac{p_{\text{apr}}(x_k = 0)}{p_{\text{apr}}(x_k)} = \Lambda_{\text{пор}} \quad (9) \end{aligned}$$

где h_0 — значение порога, зависящее от выбранного критерия.

Значение отношения правдоподобия должно поступать на пороговое устройство, на котором на основании сравнения признаков цепей факторов с индексами идентификационной решетки принимается решение о выборе гипотезы:

$$H(z(t), x(t)) > \Lambda_{\text{пор}} \quad (10)$$

Кластеризация признаков приводит к формированию групповых признаков (кластеров). Затем формируются предикторные признаки и целевые признаки. На основании этого проводится анализ проявления сингулярности, и по результатам анализа производятся управляющие и корректирующие воздействия в эргосистеме.

В соответствии с разработанным алгоритмом определения проявлений сингулярности на цепях физических факторов выполняются следующие аналитические действия:

⁸ Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.

⁹ Там же.

¹⁰ Там же.

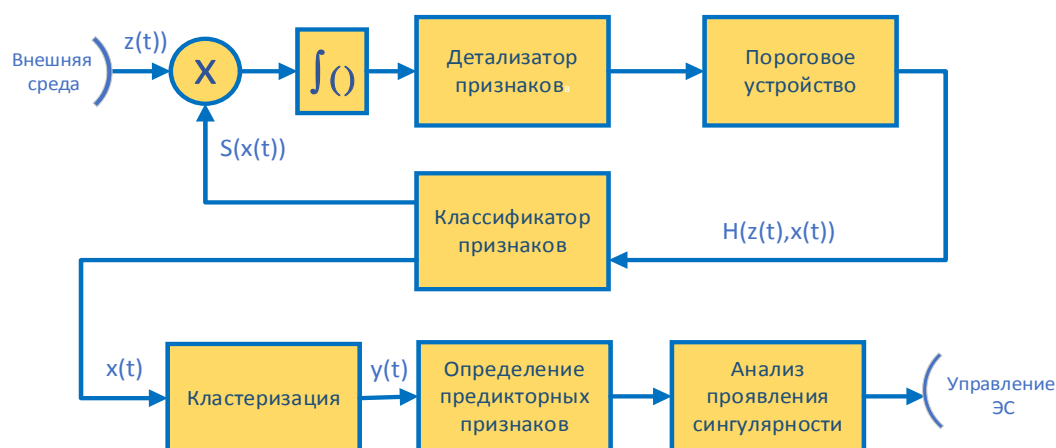


Рис. 2. Функциональная схема подсистемы идентификации проявления сингулярности

Шаг 1. Детализация признаков. Построение информационной модели эргасистемы на множестве признаков. Построение идентификационной решетки (ИР). Определение состава индексов ИР.

Шаг 2. Динамическое сопоставление цепей факторов ($C(T_1), C(T_2), \dots, C(T_k)$) с индексами ИР для каждого периода $T_1, \dots, T_k$.

Шаг 3. Определение апостериорной плотности вероятности (АПВ) на каждом шаге идентификации признаков проявления сингулярности на цепях факторов.

Шаг 4. Сравнение АПВ с пороговым значением.

Шаг 5. Кластеризация.

Шаг 6. Формирование предикторных признаков.

Шаг 7. Вычисление энтропии покрытия на каждом шаге идентификации признаков проявления сингулярности на цепях факторов.

Шаг 8. Сравнение ЭП с пороговым значением.

Шаг 9. Определение факта проявления или не проявления сингулярности.

Функциональная схема подсистемы идентификации проявления сингулярности показана на рис. 2.

В случае превышения порогового значения $\Delta_{\text{пор}}$ делается вывод о наличии сингулярности и вырабатываются соответствующие воздействия в эргасистеме. В случае непревышения порога гипотеза о наличии сингулярности полагается ложной.

Процессы, проявляющие сингулярность, как указывалось, обладают своим специфическим набором признаков, который выстраивается в идентификационную решетку (5). Этот набор признаков будет составлять основу для формирования отношения правдоподобия.

Информационный ресурс проявления сингулярности будет представлять собой энтропию покрытия для апостериорного распределения (7) по результатам текущих наблюдений на интервале времени от 0 до T .

В случае когда будут наблюдаться цепи факторов, свидетельствующих о наличии сингулярности, информационный ресурс будет возрастать, а когда будут наблюдаться цепи факторов, не относящиеся к процессам, содержащим признаки сингулярности, то уровень информационного ресурса наблюдений не будет пре-

вышать уровень порога и его значение будет находиться в районе нулевого уровня.

Результаты имитационного моделирования представлены на рис. 3. По оси абсцисс отложены индексы цепи $\{a_j\}$, ось ординат характеризует шаг отсчета по времени, аппликата характеризует значения физических факторов $\{x_j\}$. Первый ряд (выделен желтым цветом) является интегральным результатом обработки соответствующих звеньев цепи.

Энтропия покрытия идентификации признаков проявления сингулярности на цепях физических факторов показана на рис. 4.

Практический пример применения рассматриваемого аппарата приведен в [8] для случая идентификации серийного преступления.

Выводы

Таким образом, приведены основы методического аппарата идентификации сингулярных последовательностей в проявлениях цепей физических факторов в информационном пространстве эргатической системы, основанного на энтропии покрытия.

Обоснован новый методический подход к идентификации проявления сингулярных последовательностей на цепях физических факторов и дана концептуальная основа идентификации, основанная на применении аппарата оптимального оценивания с использованием энтропии покрытия. Построена математическая модель процесса идентификации признаков проявления сингулярности в информационном пространстве эргасистемы. Дана формулировка процесса определения признаков проявления сингулярности и разработан алгоритм определения проявлений сингулярности на цепях физических факторов.

Экспериментальные исследования на компьютерной модели подтверждают обоснованность рассматриваемого методического подхода к анализу сингулярных последовательностей на цепях физических факторов.

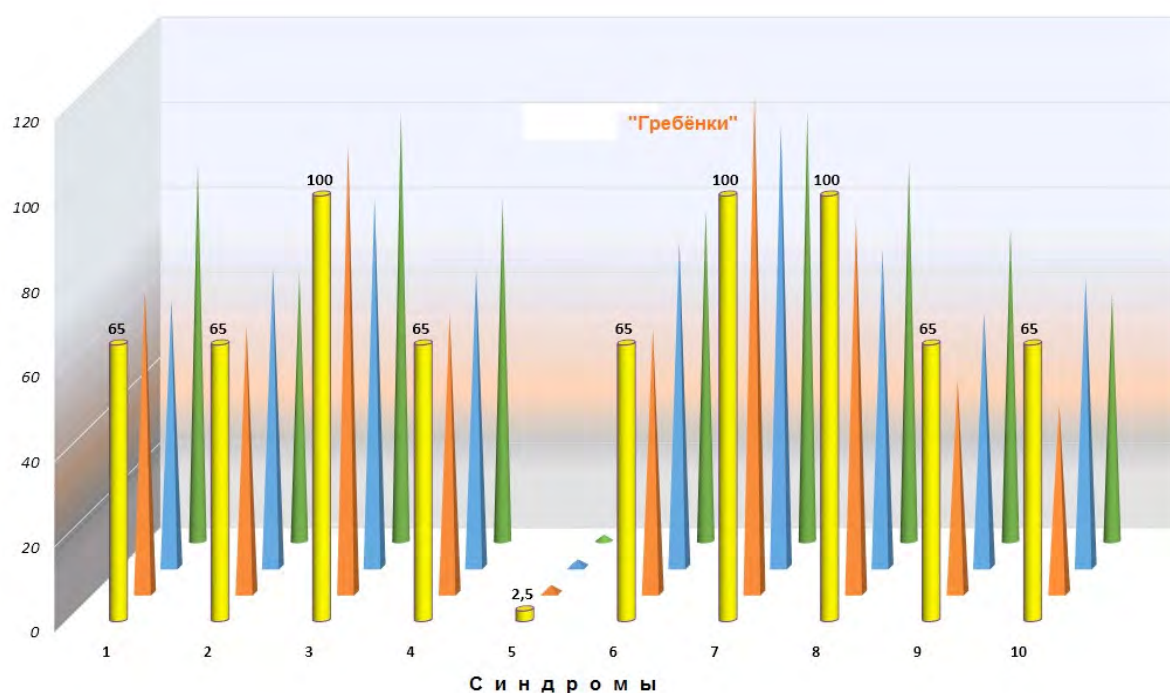


Рис. 3. Сингулярные последовательности проявления цепей физических факторов

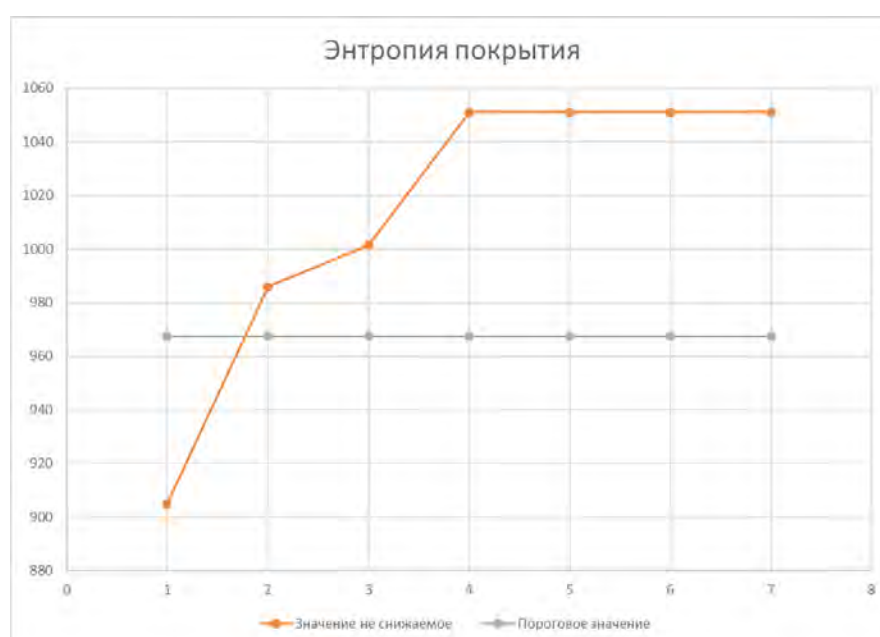


Рис. 4. Энтропия покрытия идентификации признаков проявления сингулярности на цепях физических факторов

Рецензент: **Омельченко Виктор Валентинович**, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РСФСР, советник секретариата научно-технического совета ВПК «НПО Машиностроения», г. Москва, Российская Федерация.
E-mail: omvv@yandex.ru

Литература

1. Бурый А.С., Сухов А.В. Оптимальное управление сложным техническим комплексом в информационном пространстве // Автоматика и телемеханика. 2003. № 7. С. 145—162.
2. Величко П.С., Конюшев В.В., Лёвин А.И., Сухов А.В. Применение технологий анализа больших данных и информационного подхода в целях выявления признаков серийности преступлений // Труды Межд. науч.-прак. конф. «Развитие учения о противодействии расследованию преступлений в условиях цифровой трансформации» (21 мая 2021 г.) / Академия управления МВД России. М. : Академия управления МВД России, 2021. С. 142—145.
3. Ловцов Д.А. Системология правового регулирования информационных отношений в инфосфере. М. : РГУП, 2016. 316 с. ISBN 978-5-93916-505-1.
4. Ловцов Д.А. Информационная теория эргасистем : монография. М. : РГУП, 2021. 314 с. ISBN 978-5-93916-887-8.
5. Ловцов Д.А. Информационная теория эргасистем. Тезаурус : монография. М. : Наука, 2005. 248 с. ISBN 5-02-033779-X.
6. Ловцов Д.А. Системология информационного права // Правосудие/Justice. 2022. Т. 4. № 1. С. 41—70. DOI: 10.37399/2686-9241.2022.1.41-70 .
7. Сухов А.В. Динамика информационных потоков в системе управления сложным техническим комплексом // Теория и системы управления. 2000. № 4. С. 111—119.
8. Сухов А.В., Конюшев В.В., Калилец А.А. Информационное моделирование идентификации серийного преступления // Правовая информатика. 2022. № 1. С. 24—31. DOI: 10.21681/1994-1404-2022-1-24-31 .
9. Сухов А.В., Новиков О.П., Прокопенко В.С. Динамика информационных потоков в системе управления сложным техническим комплексом в информационном пространстве, основанном на энтропии покрытия // Межотраслевая информационная служба. 2012. № 1. С. 16—21.
10. Паркер Т.С., Чжуа Л.О. Введение в теорию хаотических систем для инженеров // Труды института инженеров по электротехнике и радиотехнике. 1987. № 8. Т. 75. С. 30—40.
11. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. М. : Радиотехника, 2003. 400 с. ISBN 5-93108-047-3.
12. Федосеев С.В. Применение математических методов теории нечетких множеств при проведении судебно-экспертных исследований // Правовая информатика. 2020. № 4. С. 38—45. DOI: 10.21681/1994-1404-2020-4-38-45 .

IDENTIFYING SINGULAR SEQUENCES OF INDICATIONS OF ABNORMAL EVENTS IN THE INFORMATION SPACE

Andrei Sukhov, Dr.Sc. (Technology), Professor, Senior Researcher at the 27th Central Research Institute of the Ministry of Defence of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation.
E-mail: avs57@mail.ru

Valerii Koniushev, Senior Researcher at the NPO (Research and Production Association) "Spetsial'naya tekhnika i svyaz'" (Special Equipment and Communications) of the Ministry of Internal Affairs of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation.
E-mail: klvvvk@mail.ru

Keywords: singularity, ergatic system (ergasystem), covering entropy, chains of physical factors, information processes, identification grid, indications of abnormal events, information resource, likelihood, algorithm.

Abstract

Purpose of the work: working out a methodological approach to identifying singular sequences of sets of indications of abnormal (non-routine) events (offences and alike) in manifestations of chains of physical factors in the information space of an ergatic system.

Methods used: logical concept and simulation modelling of information processes applying a modified optimal estimation apparatus using an information measure: covering entropy.

Study findings: a new methodological approach to identifying singular sequences of indications of abnormal events in chains of physical factors is justified and a conceptual foundation for this identification is given based on applying the optimal estimation apparatus using covering entropy. A mathematical model of the process of identifying indications of

manifestations of singularity in the information space of an ergatic system is built. A formulation for the process of identifying indications of manifestation of singularity is given and an algorithm for identifying manifestations of singularity in chains of physical factors is developed.

Results of simulation modelling are presented.

References

1. Buryi A.S., Sukhov A.V. Optimal'noe upravlenie slozhnym tekhnicheskim kompleksom v informatsionnom prostranstve. *Avtomatika i telemekhanika*, 2003, No. 7, pp. 145–162.
2. Velichko P.S., Koniusev V.V., Levin A.I., Sukhov A.V. Primenenie tekhnologii analiza bol'shikh dannykh i informatsionnogo podkhoda v tseliakh vyavleniia priznakov seriinosti prestuplenii. *Trudy Mezhd. nauch.-prak. konf. "Razvitie ucheniia o protivodeistvii rassledovaniu prestuplenii v usloviakh tsifrovoi transformatsii"* (21 maia 2021 g.). Akademiia upravleniia MVD Rossii. M. : Akademiia upravleniia MVD Rossii, 2021, pp. 142–145.
3. Lovtsov D.A. Sistemologiya pravovogo regulirovaniia informatsionnykh otnoshenii v infosfere. M. : RGUP, 2016. 316 pp. ISBN 978-5-93916-505-1.
4. Lovtsov D.A. Informatsionnaia teoriia ergasistem : monografiia. M. : RGUP, 2021. 314 pp. ISBN 978-5-93916-887-8.
5. Lovtsov D.A. Informatsionnaia teoriia ergasistem. Tezaurus : monografiia. M. : Nauka, 2005. 248 pp. ISBN 5-02-033779-X.
6. Lovtsov D.A. Sistemologiya informatsionnogo prava. *Pravosudie/Justice*, 2022, t. 4, No. 1, pp. 41–70. DOI: 10.37399/2686-9241.2022.1.41-70 .
7. Sukhov A.V. Dinamika informatsionnykh potokov v sisteme upravleniia slozhnym tekhnicheskim kompleksom. *Teoriia i sistemy upravleniia*, 2000, No. 4, pp. 111–119.
8. Sukhov A.V., Koniusev V.V., Kalilets A.A. Informatsionnoe modelirovanie identifikatsii seriinogo prestupleniia. *Pravovaia informatika*, 2022, No. 1, pp. 24–31. DOI: 10.21681/1994-1404-2022-1-24-31 .
9. Sukhov A.V., Novikov O.P., Prokopenko V.S. Dinamika informatsionnykh potokov v sisteme upravleniia slozhnym tekhnicheskim kompleksom v informatsionnom prostranstve, osnovannom na entropii pokrytiia. *Mezhotraslevaia informatsionnaia sluzhba*, 2012, No. 1, pp. 16–21.
10. Parker T.S., Chzhua L.O. Vvedenie v teoriu khaoticheskikh sistem dlia inzhenerov. *Trudy instituta inzhenerov po elektrotekhnike i radiotekhnike*, 1987, No. 8, t. 75, pp. 30–40.
11. Perov A.I. Statisticheskaia teoriia radiotekhnicheskikh sistem. M. : Radiotekhnika, 2003. 400 pp. ISBN 5-93108-047-3.
12. Fedoseev S.V. Primenenie matematicheskikh metodov teorii nechetkikh mnozhestv pri provedenii sudebno-ekspertnykh issledovani. *Pravovaia informatika*, 2020, No. 4, pp. 38–45. DOI: 10.21681/1994-1404-2020-4-38-45 .